

Problème du stade

Enoncé du problème

Le stade peut accueillir 50000 personnes au maximum. On y organise des spectacles (compétitions sportives, concerts, etc.). La société qui gère l'organisation d'événements dans ce stade a connaissance de quelques données statistiques :

- Lorsque l'entrée au spectacle est gratuite, le stade est plein.
- Le nombre de spectateurs diminue proportionnellement à l'augmentation du prix du billet :

Chaque augmentation d'un euro sur le prix du billet d'entrée entraîne une diminution de 600 spectateurs.

- L'organisation d'un spectacle entraîne un coût fixe de 200000 euros auquel il faut ajouter un coût égal à 5 euros par spectateur.

L'objectif de cette société est de réaliser un bénéfice maximal lorsqu'elle organise un tel spectacle. Pour simplifier, on considère que le prix du billet sera le même pour tous les spectateurs (quel que soit leur place dans le stade ...).

A quel prix (au centime d'euro près) doit-elle fixer le billet d'entrée ? Quel sera alors le bénéfice réalisé et le nombre de spectateurs dans le stade ? Justifier la réponse.

Essai

Pour commencer, j'ai fait plusieurs essais. J'ai pris comme exemple 9 euros :

On calcule le nombre de spectateurs si le billet coûte 9 euros:
 $(50\,000 - (600 \times 9)) = 50\,000 - 5\,400 = 44\,600$ spectateurs

On calcule les recettes :
 $44\,600 \times 9 = 401\,400 \text{ €}$

On calcule les dépenses:
 $200\,000 + 5 \times 44\,600 = 200\,000 + 223\,000 = 423\,000 \text{ €}$

On calcule les bénéfices obtenus par le spectacle :
Bénéfices = $401\,400 - 423\,000$
Bénéfices = $-21\,600 \text{ €}$

Pour un billet à 9 euros, la société qui organise le spectacle gagnera **-21 600** euros.

Utilisation du tableur

Après avoir essayé quelques essais, j'ai cherché le résultat en utilisant le tableur :

prix de la place	nombre de spectateurs	recettes	dépenses	bénéfices
38	27200	1033600	336000	697600
39	26600	1037400	333000	704400
40	26000	1040000	330000	710000
41	25400	1041400	327000	714400
42	24800	1041600	324000	717600
43	24200	1040600	321000	719600
44	23600	1038400	318000	720400
45	23000	1035000	315000	720000
46	22400	1030400	312000	718400
47	21800	1024600	309000	715600
48	21200	1017600	306000	711600
49	20600	1009400	303000	706400
50	20000	1000000	300000	700000

J'ai donc trouvé 44 euros. Mais je dois maintenant trouver le prix de la place au centime près :

prix de la place	nombre de spectateurs	recettes	dépenses	bénéfices
44,11	23534	1038084,74	317670	720414,74
44,12	23528	1038055,36	317640	720415,36
44,13	23522	1038025,86	317610	720415,86
44,14	23516	1037996,24	317580	720416,24
44,15	23510	1037966,5	317550	720416,5
44,16	23504	1037936,64	317520	720416,64
44,17	23498	1037906,66	317490	720416,66
44,18	23492	1037876,56	317460	720416,56
44,19	23486	1037846,34	317430	720416,34
44,2	23480	1037816	317400	720416
44,21	23474	1037785,54	317370	720415,54
44,22	23468	1037754,96	317340	720414,96
44,23	23462	1037724,26	317310	720414,26

Pour que la société qui organise l'évènement ait le plus grand bénéfice, elle doit mettre son billet à **44,17** euros. Grace à ce prix-là, la société ferrat **720416,66** euros de bénéfices.